



Tam Sayılarda Toplama ve Çıkarma İşlemi İçin Materyal Geliştirme

Developing Materials for Addition and Subtraction of Integers

*Gül ŞAHİN - **Ömer ŞAHİN

*Nuray Tuncay Kara Bilim ve Sanat Merkezi/Gaziantep

**Vakıfbank/Gaziantep

* gulkaya9227@gmail.com / ** omrshn27@gmail.com

Makale Bilgisi / Article Information

Makale Türü / Article Type : Araştırma Makalesi / Research Article
Geliş Tarihi / Received : 16.04.2024
Kabul Tarihi / Accepted : 24.06.2024
Yayın Tarihi / Published : 27.08.2024
Yayın Sezonu / Pub Date Season : Ağustos / August

Tam Sayılarda Toplama ve Çıkarma İşlemi İçin Materyal Geliştirme

Öz

Matematikte doğal sayılardan sonra negatif sayıların gerekliliğiyle tam sayılar kümesi ortaya çıkmıştır. Tam sayılarla ilk kez karşılaşan öğrenciler, bu sayılarla toplama ve çıkarma işlemlerinde zorluk çekmektedirler. Bu zorlukları göz önünde bulundurarak, çalışmada tam sayılarda toplama ve çıkarma işlemlerinin alternatif yöntemlerini geliştirmek amaçlanmıştır. Tam sayılarda toplama işlemi yapmanın yeni yolunu geliştirilirken üç adet sayı doğrusundan yararlanılmıştır. Sayı doğruları bir düzlemde birbirine paralel olarak yer almaktadır. En üstteki ve en alttaki sayı doğrusu tamsayıların yer aldığı klasik bir sayı doğrusudur. Ortada ki sayı doğrusu ise üstte ve altta bulunan sayı doğrularının birim aralıklarının yarısı kadar aralıklardan oluşmaktadır. En üstteki ve en alttaki sayı doğrusunda seçilen sayılar toplananlar olacaktır. Ortada ki sayı doğrusunda ise ortaya çıkan tamsayı toplam olacaktır. Çıkarma işlemi için en üstteki sayı doğrusu tamsayıların yer aldığı klasik bir sayı doğrusudur. En alttaki sayı doğrusunda ise sıfırın sağ tarafında negatif tamsayılar, sıfırın solunda ise pozitif tamsayılar bulunmaktadır. Ortadaki sayı doğrusu da yine toplama cetvelinde olduğu gibidir. En üstteki sayı doğrusunda belirlenen sayı eksilen en alttaki sayı doğrusunda belirlenen sayı çıkan ve ortadaki sayı doğrusunda denk gelen tam sayı fark olacaktır. Cetvelin 3 boyutlu tasarımı Tinkercad programında yapılmış ve 3D yazıcıda üretilmiştir. Ayrıca, geliştirilen yöntem dinamik yazılım olan GeoGebra üzerinde tasarlanmış ve Scratch programında öğrencilerin etkileşimde bulunabileceği şekilde hazırlanmıştır. Yöntemin etkililiğini değerlendirmek için, özel yetenek tanısı olan 20 adet 6. sınıf öğrencisi ile nitel bir çalışma gerçekleştirilmiştir. Öğrencilere GeoGebra ve Scratch programlarıyla ve 3D yazıcıdan basılmış cetvel ile uygulamalar yapılmış, ardından yarı yapılandırılmış bir görüşme formu uygulanmıştır. Gözlem formu sonuçlarına dayanarak betimsel analiz yapılmıştır. Araştırma sonuçları, öğrencilerin tam sayılarla toplama ve çıkarma işlemlerinde fikir geliştirdiklerini ve derse eğlenceli bir şekilde katıldıklarını ortaya koymuştur. Cetvel,

öğrencilerin tam sayılardaki kavramları iyi anlamalarını sağlamış ve etkileşimli öğrenme sürecini desteklemiştir. Ayrıca, dijital içeriğin ilgi çekici ve faydalı olduğu, GeoGebra'nın etkili dijital içerik olarak belirlendiği görülmüştür.

Anahtar Kelimeler: Tam sayılar, Tam Sayılarda Toplama ve Çıkarma İşlemi, Materyal Geliştirme, Geogebra, Scratch, Tinkercad

Developing Materials for Addition and Subtraction of Integers

Abstract

The set of integers emerged in mathematics after natural numbers, with the need for negative numbers. Students, encountering integers for the first time, often face difficulties in addition and subtraction. With the aim of addressing this issue, the study aims to develop a different method for addition and subtraction of integers. Three number lines are utilized in developing a new method for addition of integers. These number lines are parallel to each other on a plane. The top and bottom number lines form a classic number line where integers are located. The middle number line consists of intervals half the size of the intervals between the top and bottom number lines. The selected numbers on the top and bottom number lines will be the ones to be added. The middle number line represents the resulting integer sum. For subtraction, the top number line is a classic number line with integers. The bottom number line has negative integers to the right of zero and positive integers to the left of zero. The middle number line is again similar to the addition ruler. The number chosen on the top number line is the subtrahend, the number chosen on the bottom number line is the minuend, and the integer that corresponds on the middle number line is the difference. The three-dimensional design of the ruler was drawn in the Tinkercad program and printed using a 3D printer. Additionally, the developed method was designed on the dynamic software Geogebra. It was also created on the Scratch program in a way that the student could interact with. For the effectiveness of the developed method, a qualitative study was conducted with 20 6th-grade students who were diagnosed with special abilities and attended the Science and Art Center. The method was implemented with students using both the Geogebra and Scratch programs, as well as the printed ruler from the 3D printer. A semi-structured interview form was applied to the students. Descriptive analysis was performed with the data obtained from the observation form. The research results showed that students easily learned addition and subtraction operations with integers and actively participated in the lesson in an enjoyable manner. The developed method's digital content was found to be intriguing and useful. Geogebra was indicated as the most suitable digital content for the developed method.

Keywords: Integers, Addition and Subtraction in Integers, Material Development, Geogebra, Scratch, Tinkercad

Giriş

Matematik eğitiminde geçmişten bu zamana kadar çokça değişiklik olmuş ve bu değişiklikler hiçbir zaman yeterli sayılmamıştır. Matematikçiler ve matematik eğitimcileri daima yeni arayışlar peşindedirler. Ortaya çıkan değişimler matematik konularında da görülmektedir (Şahal, 2016).

Matematiğin sistematik yapısı gereği bazı konuların tam olarak anlaşılmadan başka konunun kavranması oldukça güçtür. Bu konulardan biri de tam sayılardır.

Tam sayılar, doğal sayılar ile (0, 1, 2, 3, ...) ile negatif değerlerin (... , -3, -2, -1) bir araya gelmesi ile oluşan kümedir. Matematikte tam sayılar kümesi Z harfiyle gösterilirken, pozitif tam sayılar Z+ ve negatif tam sayılar Z- sembolleriyle ifade edilir. Eğer sayının solunda '+' ve ya '-' işaretleri bulunmaz ise sayı pozitif demektir.

Öğrenciler tam sayılar konusu ile ortaokul 6. sınıfta ilk kez karşılaşmaktadırlar. 6.sınıfa kadar sürekli doğal sayılarla işlem yapan öğrenciler, doğal sayılara ait özellikleri negatif sayılarda da kullanma girişimindedirler (Bingölbali ve Özmantar, 2014; 159). Altun (2015) öğrencilerin daha önce bilgisini edinmedikleri yeni bir sayı kümesiyle karşı karşıya kalınca bu sayılarla işlem yapmaya alışık olmadıklarını söylemiştir.

Öğrenciler tam sayılardaki işlemleri yapmada, bilhassa da negatif sayılarla ilgili ifadelerin çözümünde sıkıntılar yaşamaktadırlar. Bununla birlikte, öğrenciler tam sayılar konusunu gerçek hayatla ilişkilendirmekte zorluk çekmektedir. Öğrencilerin yaşadığı bu zorluk sebebi ile tam sayılar onlar için somut olmayan ve tam kavranılmadan öğrenilen bir konu halini almaktadır (Berber ve Sezgin Memnun, 2018).

İşgüden (2008) göre, negatif tam sayılarla ilgili ortaya çıkan güçlükler:

- Pozitif ve negatif tam sayıların tanımını yapabilme ve sembollerle gösteriminde, negatif tam sayıların sadece kendi içerisinde bir küme, pozitif tam sayıların sadece kendi içerisinde bir küme olduğunu düşünüp bunların tam sayılar kümesine de ait oluşu konusundaki sıkıntılar,
- Tam sayıları sayı doğrusunda gösterirken negatif tam sayıları yerleştirmedeki güçlükler,
- Tam sayıları sıralamada ve sıralarken büyüktür, küçüktür sembollerini kullanmadaki güçlükler, özellikle bu durumun negatif tam sayılarda olması,
- Pozitif veya negatif bir tam sayının kuvvetlerinin hesaplanmasında ve bilhassa negatif tam sayıların çift, tek kuvvetlerinin sonuçlarında oluşan güçlükler, şeklinde ifade edilmiştir.

Tam sayılar konusunun öğretiminde, tamsayı pulları, termometre ve sayı doğrusu resimleri materyallerinin kullanımı önerildiği görülmektedir. Öte taraftan, tam sayılar konusundaki kavramların öğrencilerce daha iyi anlamlandırılmasının ve öğretmenlerle öğrencilerin aynı materyali aynı zamanda kullanmasının tam sayılar konusunun öğretiminde daha yararlı olacağı ön görülmektedir (Şengül ve Körükcü, 2012).

Tinkercad, 3D tasarım için eğitim amaçlı kullanılan bir Autodesk uygulamasıdır. 2011 yılında piyasaya sürülen ve "kullanıcı dostu" olarak tanımlanan bu uygulama, okullarda 3D baskı için modeller oluşturmak ve temel düzeyde katı geometri eğitimi vermek için tercih edilmektedir (Wikipedia, 2011).

GeoGebra, geometri, cebir ve analizi birleştiren dinamik bir matematik yazılımıdır. Markus Hohenwarter ve uluslararası bir yazılım ekibi tarafından, okullarda matematik öğretimi ve öğrenimini geliştirmek amacıyla geliştirilmiştir. GeoGebra, matematiksel nesnelere üç farklı görünümde sunar: Grafik, Cebir ve Çizelge. Bu sayede, nesnelere grafiksel olarak, cebirsel olarak ve çizelge hücreleri olarak görebilirsiniz. Aynı nesnenin farklı gösterimleri dinamik bir şekilde birleştirilir ve herhangi bir gösterimde yapılan

değişiklikler, ilk olarak hangi şekilde oluşturulursa oluşturulsun, otomatik olarak diğer iki gösterime de yansıtılır (Geogebra, 2002).

Scratch, Massachusetts Teknoloji Enstitüsü tarafından 8-16 yaş arası çocuklar için geliştirilmiş, kullanımı kolay bir programlama dilidir. Geleneksel programlama dillerinin aksine, kullanıcılar fareyle tıklayıp sürükleyerek animasyonlar ve oyunlar oluşturabilir. Canlı ve renkli arayüzü, çocukların yaratıcılığını harekete geçirirken, onları programlama dünyasına adım atmaya teşvik eder. Scratch, fonksiyonları kategorilere ayırarak sunar, bu da programlamaya yeni başlayanların “if, else, for” gibi karmaşık kod yapıları ve dikkat gerektiren noktalama işaretleri olmadan algoritma mantığını anlamalarını kolaylaştırır (Wikipedia, 2003).

Çalışmada şu problem sorular sorulmuştur:

- Tam sayılarda toplama ve çıkarma işlemleri yapmada kullanılan yöntemlerin dışında daha etkili bir yol var mıdır?
- Tam sayılar konusunda toplama ve çıkarma işlemleri yapmada sayma pulları, termometre ya da sayı doğrusundaki yönler dışında bir araç gereç geliştirilebilir mi?
- Geliştirilen yöntem hangi dijital ortamlarda nasıl tasarlanır?
- Geliştirilen yöntemin dijital ortamlarda öğrencilerle uygulanması fayda sağlamakta mıdır?

Yöntem

Bu çalışma tam sayılarda toplama ve çıkarma işlemleri üzerinde geliştirilen farklı yöntemin dijital ortamlarda tasarlanması ile 5'er kişiden oluşan 4 grup (20 kişi) öğrenciye uygulatarak sonuçların değerlendirildiği nitel bir araştırmadır. Nitel araştırma, “alguların ve olayların doğal ortamda gerçekçi ve kapsamlı bir şekilde incelendiği ve gözlem, görüşme ile doküman analizi gibi nitel veri toplama yöntemlerinin kullanıldığı bir süreç” olarak tanımlanmıştır (Yıldırım ve Şimşek, 2008). Çalışmada nitel araştırma yöntemlerinin tercih edilme sebebi; nitel araştırma yöntemlerinin alguların ortaya konmasını sağlaması ve araştırma deseninde esnek olmasıdır.

Katılımcıların geliştirilen yöntemle ilgili tasarlanan dijital içeriklerle ilgili gözlemlerini değerlendirmek için yarı yapılandırılmış görüşme formu uygulanmıştır. Yarı yapılandırılmış görüşmede, araştırmacı önceden hazırladığı soruları içeren bir görüşme formu oluşturur. Ancak, görüşmenin seyrine bağlı olarak araştırmacı ek sorular yöneltebilir ve katılımcının yanıtlarını daha ayrıntılı hale getirmesini isteyebilir. Bu durum araştırmaya araştırma soruları ile ilgili yeni gelişmelere göre sorularında değişime gitme fırsatı sunar (Güler, Hacıoğlu ve Taşkın, 2015).

Nitel verilerin analizi, verilerin orijinal şekline mümkün olduğunca sadık kalınarak ve gerekirse katılımcıların ifadelerinden doğrudan alıntılar yapılarak betimsel bir yöntemle gerçekleştirilir (Yıldırım ve Şimşek, 2008).

Araştırma çalışma grubu örnekleme için özel yetenekli olarak tanımlanan Bilim ve Sanat Merkezi 6.sınıf öğrencileri arasından 20 kişi belirlenmiştir. Bu yaş grubunun seçilme sebebi; öğrencilerin tam sayılar konusu ile ilk defa bu sınıf seviyesinde karşılaşmalarıdır.

Araştırmanın verileri 3 ders saatinde gerçekleştirilen matematik uygulamaları sonucunda elde edilmiştir.

Tam Sayılarda Toplama İşlemi

Tam sayılarda toplama işlemi yapmanın yeni yolunu geliştirilirken üç adet sayı doğrusundan yararlanılmıştır. Sayı doğruları bir düzlemde birbirine paralel olarak yer almaktadır. En üstteki ve en alttaki sayı doğrusu tamsayıların yer aldığı klasik bir sayı doğrusudur. Ortada ki sayı doğrusu ise üstte ve altta bulunan sayı doğrularının birim aralıklarının yarısı kadar aralıklardan oluşmaktadır. En üstteki ve en alttaki sayı doğrusunda seçilen sayılar toplananlar olacaktır. Ortada ki sayı doğrusunda ise ortaya çıkan tamsayı toplam olacaktır. Yani cevap ortadaki sayı doğrusunda kendiliğinden oluşacaktır. Toplama için geliştirilen çizim Şekil 1’de verilmiştir. Geliştirilen yöntem tam sayılar da toplama işlemi öğreniminin ilk aşamasında kullanılacağı için çizimlerdeki 1. ve 3. satırdaki sayı doğruları (-5) ile (+5) tam sayıları arasında sınırlı tutulmuştur. 2. satırdaki sayı doğrusu ise (-10) ile (+10) tam sayıları arasında sınırlı tutulmuştur.

-4	-3	-2	-1	0	+1	+2	+3	+4									
-9	-8	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	+1	+2	+3	+4	+5	+6	+7	+8	+9
-4	-3	-2	-1	0	+1	+2	+3	+4									

Şekil 1. Tam sayılarda toplama işlemi için geliştirilen çizim

Geliştirilen yöntemde toplama işlemi yaparken sayı doğrularından hangilerinin ne için kullanıldığı Şekil 2’de gösterilmiştir.

Toplanan Seçin
Toplam (Cevap)
Toplanan Seçin

Şekil 2. Geliştirilen yöntemde toplama işlemi için sayı doğrularının ne işlev ile kullanıldığı

Tam sayılarda toplam işlemi ile ilgili çizim üzerinde örnekler Şekil 3 ve Şekil 4’te verilmiştir.

-4	-3	-2	-1	0	+1	+2	+3	+4									
-9	-8	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	+1	+2	+3	+4	+5	+6	+7	+8	+9
-4	-3	-2	-1	0	+1	+2	+3	+4									

Şekil 3. Tam sayılarda toplama işlemi için örnek

Şekil 3’te $(-4) + (-3) = (-7)$ işleminde (-4) ve (-3) toplananlardır, bu toplananlar en üst ve en alttaki sayı doğrusundan seçilecektir. Bu iki toplananın olduğu tam sayıları bir çizgi ile birleştirince ortadaki sayı doğrusunda denk gelen tam sayı cevap yani toplam olacaktır.

Başka bir örnek ise; $(-3) + (+1) = (-2)$ işleminin çizim üzerinde yapılması Şekil 4’te gösterilmiştir.

-4	-3	-2	-1	0	+1	+2	+3	+4									
-9	-8	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	+1	+2	+3	+4	+5	+6	+7	+8	+9
-4	-3	-2	-1	0	+1	+2	+3	+4									

Şekil 4. Tam sayılarda toplama işlemi için örnek

Tam Sayılarda Çıkarma İşlemi

Tam sayılarda toplama işlemi yapmanın yeni yolunu geliştirilirken üç adet birbirine paralel sayı doğrusundan yararlanılmıştır. En üstteki sayı doğrusu tamsayıların yer aldığı klasik bir sayı doğrusudur. En alttaki sayı doğrusunda ise sıfırın sağ tarafında negatif tamsayılar, sıfırın solunda ise pozitif tamsayılar bulunmaktadır. Ortadaki sayı doğrusu da diğer iki sayı doğrusunda bulunan birim aralıkların yarısı aralıklara yapılmış klasik sayı doğrusudur. En üstteki sayı doğrusunda belirlenen sayı eksilen en alttaki sayı doğrusunda belirlenen sayı çıkan ve ortadaki sayı doğrusunda denk gelen tam sayı fark olacaktır. Yani cevap ortadaki sayı doğrusunda kendiliğinden oluşacaktır. Çıkarma için geliştirilen çizim Şekil 5'te verilmiştir. Geliştirilen yöntem tam sayılar da çıkarma işlemi öğreniminin ilk aşamasında kullanılacağı için çizimlerdeki 1. ve 3. satırdaki sayı doğruları (-5) ile (+5) tam sayıları arasında sınırlı tutulmuştur. 2. satırdaki sayı doğrusu ise (-10) ile (+10) tam sayıları arasında sınırlı tutulmuştur.

-4	-3	-2	-1	0	+1	+2	+3	+4									
-9	-8	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	+1	+2	+3	+4	+5	+6	+7	+8	+9
+4	+3	+2	+1	0	-1	-2	-3	-4									

Şekil 5. Tam sayılarda çıkarma işlemi için geliştirilen çizim

Geliştirilen yöntemde çıkarma işlemi yaparken sayı doğrularından hangilerinin ne için kullanıldığı Şekil 6'da gösterilmiştir.

Eksilen Sayı Seçin
Fark (Cevap)
Çıkan Sayı

Şekil 6. Geliştirilen yöntemde çıkarma işlemi için sayı doğrularının ne işlev ile kullanıldığı

Tam sayılarda çıkarma işlemi ile ilgili çizim üzerinde örnekler Şekil 7 ve Şekil 8'de verilmiştir.

-4	-3	-2	-1	0	+1	+2	+3	+4									
-9	-8	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	+1	+2	+3	+4	+5	+6	+7	+8	+9
+4	+3	+2	+1	0	-1	-2	-3	-4									

Şekil 7. Tam sayılarda çıkarma işlemi için örnek

Şekil 7'de $(+3) - (-2) = (+5)$ işleminde $(+3)$ eksilen sayı en üstteki sayı doğrusundan seçilecek (-2) çıkan sayı en alttaki sayı doğrusundan seçilecek ve ortadaki fark yani cevap olacaktır.

Başka bir örnek ise; $(-3) - (-1) = (-2)$ işleminin çizim üzerinde yapılması Şekil 8'de gösterilmiştir.

-4	-3	-2	-1	0	+1	+2	+3	+4									
-9	-8	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	+1	+2	+3	+4	+5	+6	+7	+8	+9
+4	+3	+2	+1	0	-1	-2	-3	-4									

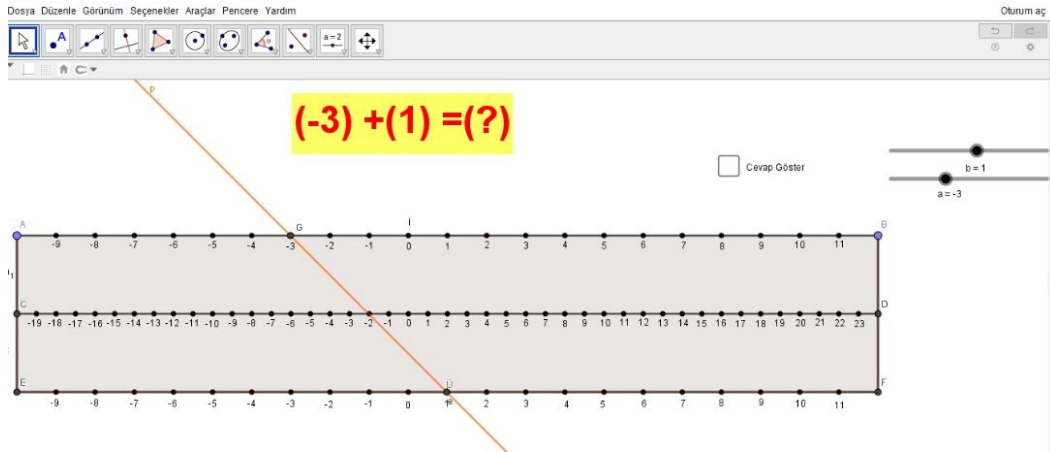
Şekil 8. Tam sayılarda çıkarma işlemi için örnek

Geliştirilen Yöntemin Geogebra Üzerinde Tasarlanması

Geogebra programı daha çok imkan sunduğundan sayı doğrularının sınırları için daha geniş aralıklar tercih edilmiştir. Geliştirilen yöntemi Geogebra üzerinde çizerken 1. ve 3. Sayı doğrusu sınırları (+12) ile (-10) tam sayıları arasında, ortadaki sayı doğrusu ise (+24) ile (-20) tam sayıları arasında sınırlandırılmıştır.

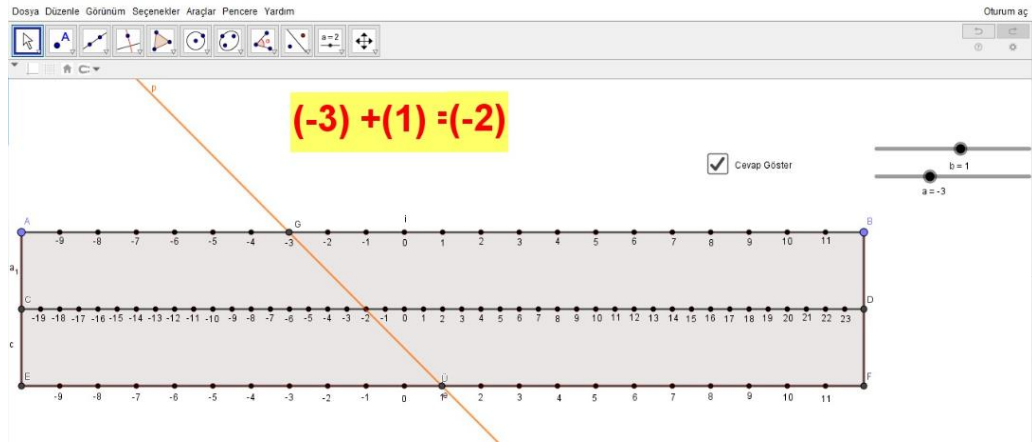
Geliştirilen yöntem Geogebra üzerinde tasarlanırken tasarımın dinamik olması ve etkileşimli olması için sürgü araçları kullanılmıştır.

Toplama işlemi için geliştirilen yöntemin Geogebra ekran görüntüsü Şekil 9'da verilmiştir.



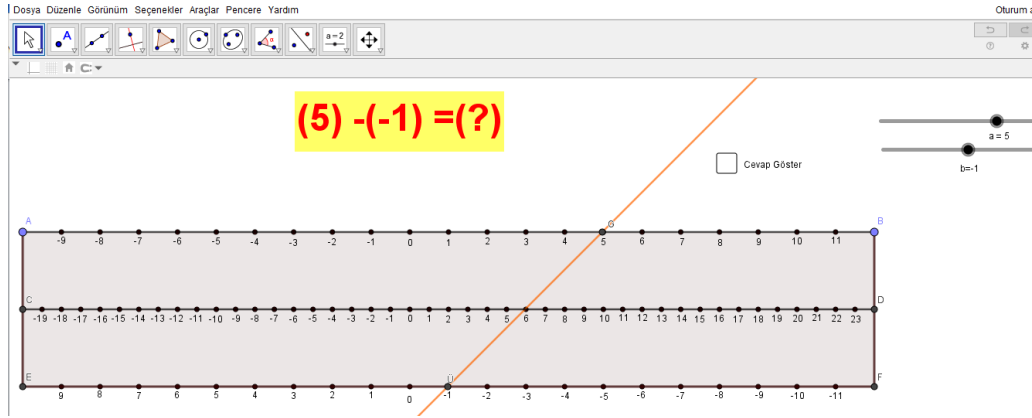
Şekil 9. Toplama işlemi için geliştirilen yöntemin Geogebra programında çizim görüntüsü

Şekil 9'da sağ üst köşede a ve b sürgüleri bulunmaktadır. Bu sürgüler toplama işleminde toplananlardır. Şekilde a sürgüsü (-3), b sürgüsü (1) i yani (+1) i göstermektedir. Öğrenciler bu sürgüleri oynatarak ekranda sarı kutu içerisinde yazılı kırmızı işlemi istediği gibi değiştirebilmektedirler. Bu değişim ile ekranda bulunan turuncu renkli p doğrusunun da yeri değişecektir. Öğrenci sonucu ortadaki sayı doğrusunda p doğrusunun denk geldiği yer ile ilişkilendirerek sonucu tahmin eder. Daha sonra ekranda cevap göster butonuna basarak ekrana gelen sonuç ile kendi sonucu karşılaştırabilir. Cevap butonuna basınca ekranda çıkan görüntü Şekil 10'da verilmiştir.



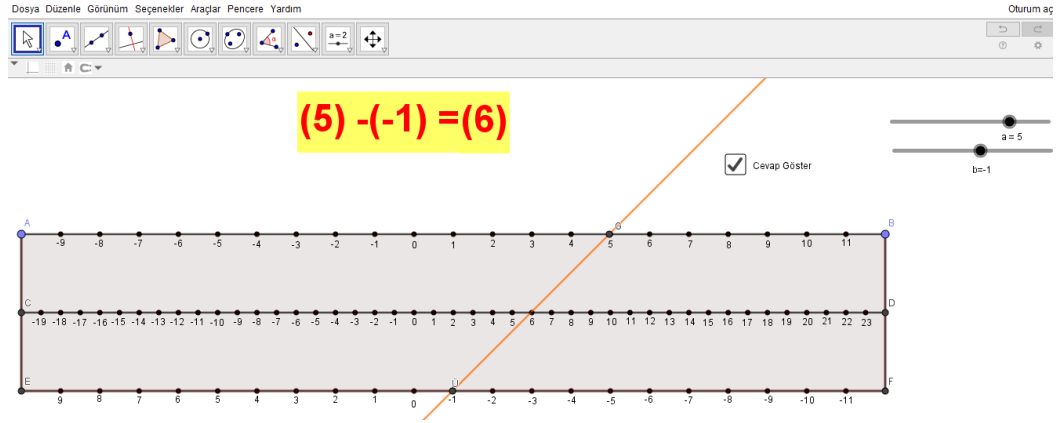
Şekil 10. Cevap göster butonuna basılınca Geogebra ekranına gelen görüntü

Çıkarma işlemi için geliştirilen yöntemin Geogebra ekran görüntüsü Şekil 11’de verilmiştir.



Şekil 11. Çıkarma işlemi için geliştirilen yöntemin Geogebra programında çizim görüntüsü

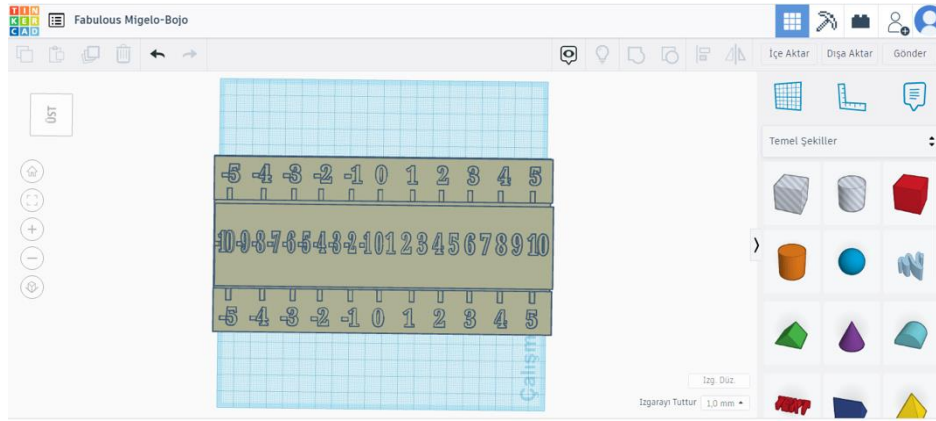
Şekil 11’de sağ üst köşede a ve b sürgüleri bulunmaktadır ve a sürgüsü (5) yani (+5), b sürgüsü (-1) i göstermektedir. A sürgüsü eksilen sayı b sürgüsü ise çıkan sayıdır. Öğrenciler bu sürgüleri oynatarak ekranda sarı kutu içerisinde yazılı kırmızı işlemi istediği gibi değiştirebilmektedirler. Bu değişim ile ekranda bulunan turuncu renkli p doğrusunun da yeri değişecektir. Öğrenci sonucu ortadaki sayı doğrusunda p doğrusunun denk geldiği yer ile ilişkilendirerek sonucu tahmin eder. Daha sonra ekranda cevap göster butonuna basarak ekrana gelen sonuç ile kendi sonucu karşılaştırabilir. Cevap butonuna basınca ekranda çıkan görüntü Şekil 12’de verilmiştir.



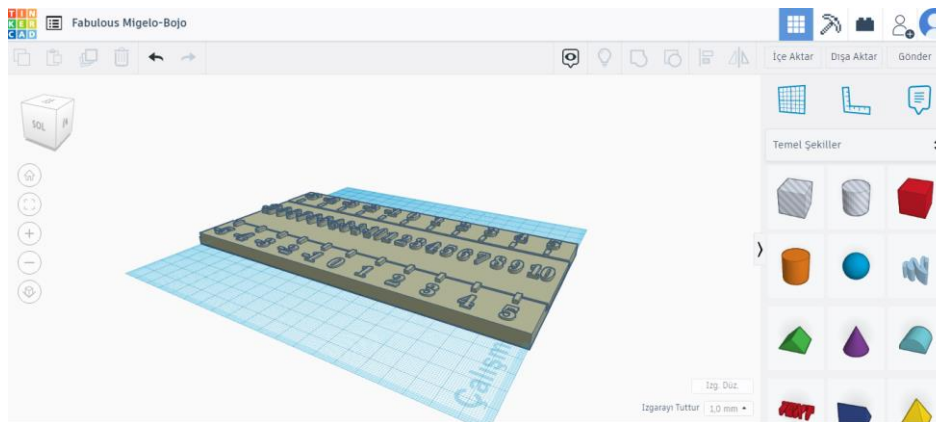
Şekil 12. Cevap göster butonuna basılınca Geogebra ekranına gelen görüntü

Geliştirilen Yöntemin Tinkercad Üzerinde Tasarlanması

Toplama işlemi için kullanılan sayı doğrusu aralıkları Tinkercad üzerinde hizalama ile oluşturulmuş ve üç boyutlu tasarımı yapılmıştır. Toplama cetvelinin Tinkercad üzerinde tasarımının ekran görüntüsü Şekil 13 ve Şekil 14'te verilmiştir.

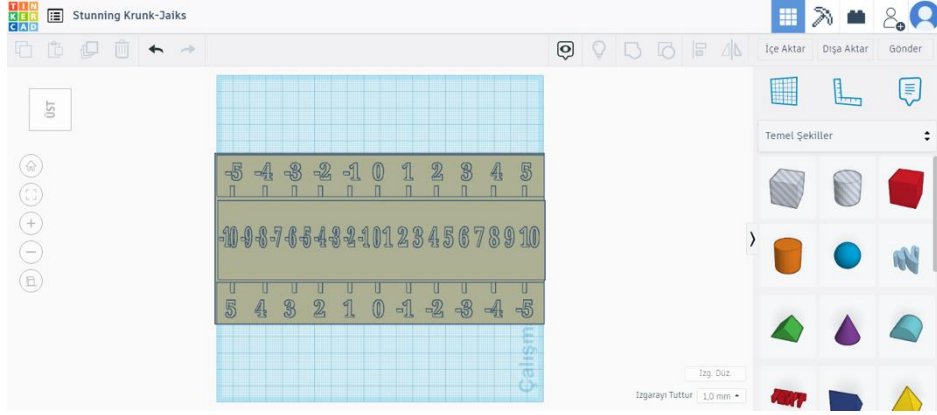


Şekil 13. Tinkercad üzerinde toplama cetveli tasarımının üstten görünümü

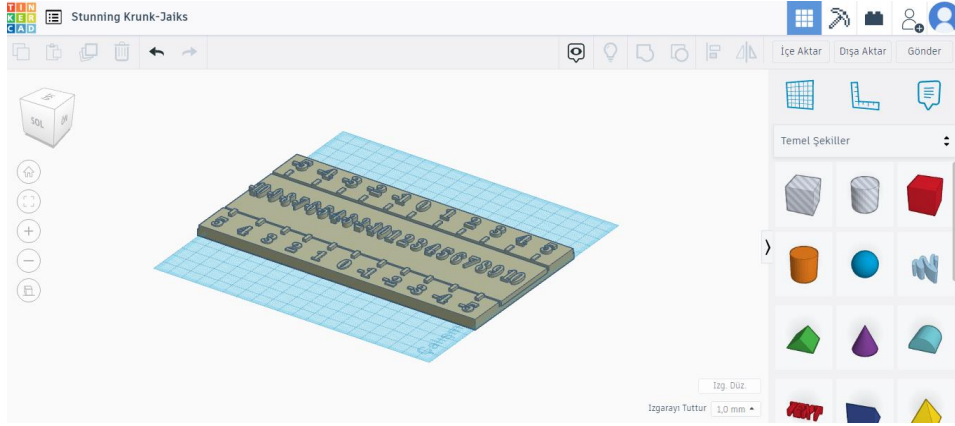


Şekil 14. Tinkercad üzerinde toplama cetveli tasarımının sol, ön ve üstten görünümü

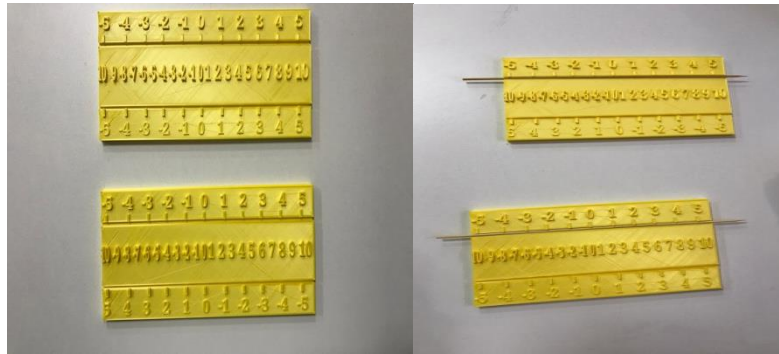
hizalama ile oluşturulmuş ve üç boyutlu tasarımı yapılmıştır. Çıkarma cetvelinin Tinkercad üzerinde tasarımının ekran görüntüsü Şekil 15 ve Şekil 16'da verilmiştir.



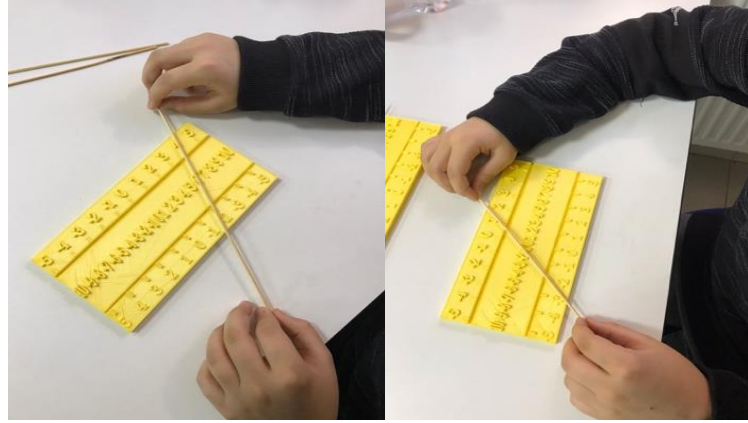
Şekil 15. Tinkercad üzerinde çıkarma cetveli tasarımının üstten görünümü



Şekil 16. Tinkercad üzerinde çıkarma cetveli tasarımının sol, ön ve üstten görünümü 3 boyutlu tasarımı yapılan cetvellerin 3D yazıcıda çıktısı alınarak öğrencilerle uygulamalar yapılmıştır. Öğrencilere cevapları bulması için cetvel ile beraber ince bir çubuk verilmiştir. Alınan çıktının görüntüsü Şekil 17'de ve öğrenci uygulamaları Şekil 18'de verilmiştir.



Şekil 17. Geliştirilen Cetvelin 3D yazıcıdan alınan çıktısı



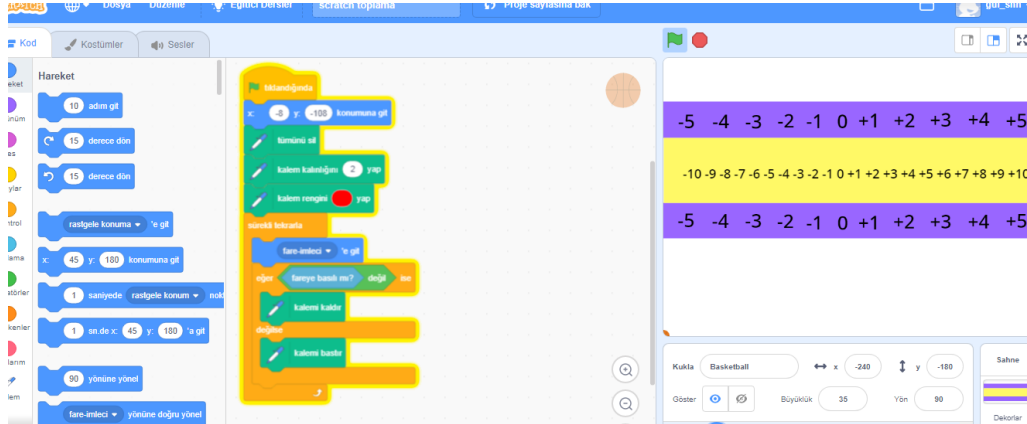
Şekil 18. 3D yazıcıdan alınan cetvel çıktısı ile öğrencinin işlem yaptığı görüntü

Şekil 18'de soldaki resimde öğrencinin $(4) - (-2) = (6)$ işlemini yaptığı, sağdaki resimde ise $(1) + (-2) = (-1)$ işlemini yaptığı görülmektedir.

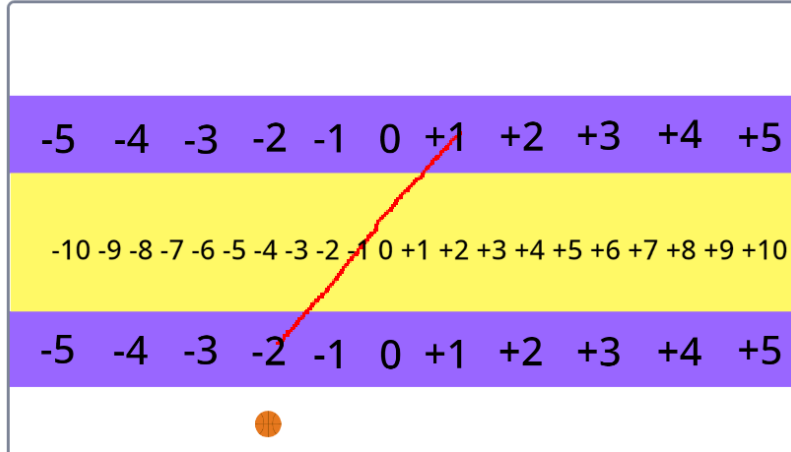
Geliştirilen Yöntemin Scratch Üzerinde Tasarlanması

Geliştirilen yöntemin Scratch programı üzerinde genel sahnesi oluşturulmuş daha sonra kod blokları ile komutlar yazılmıştır.

Tam sayılarda toplama işlemi için geliştirilen yöntemin kodlarıyla beraber Scratch üzerindeki ekran görüntüsü Şekil 19'da verilmiştir.



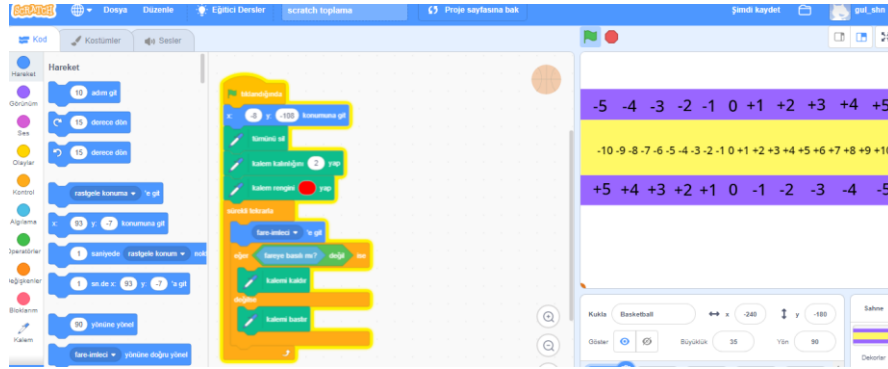
Şekil 19. Toplama işlemi için geliştirilen yöntemin Scratch üzerindeki görüntüsü ve kodlar. Uygulamada bayrak butonuna basarak başlanmaktadır. İmleç şekil olarak basketbol topu olarak belirlenmiştir. En üstteki mor sayı doğrusundan toplanacak ilk sayı seçilir. En alttaki mor sayı doğrusundan da diğer toplanacak sayı seçilir. İmleç bastırılarak en üstteki sayı doğrusundan seçilen tam sayıdan en alttaki seçilen sayı doğrusundan seçilen tam sayıya doğru imleç ile bastırılır. Ekranda kırmızı bir iz oluşacaktır. Kırmızı izin ortadaki sayı doğrusunu kestiği tam sayı ise cevap olacaktır. Toplama işlemine ilişkin örnek Şekil 20'de verilmiştir.



Şekil 20. Toplama işlemi için örnek uygulama

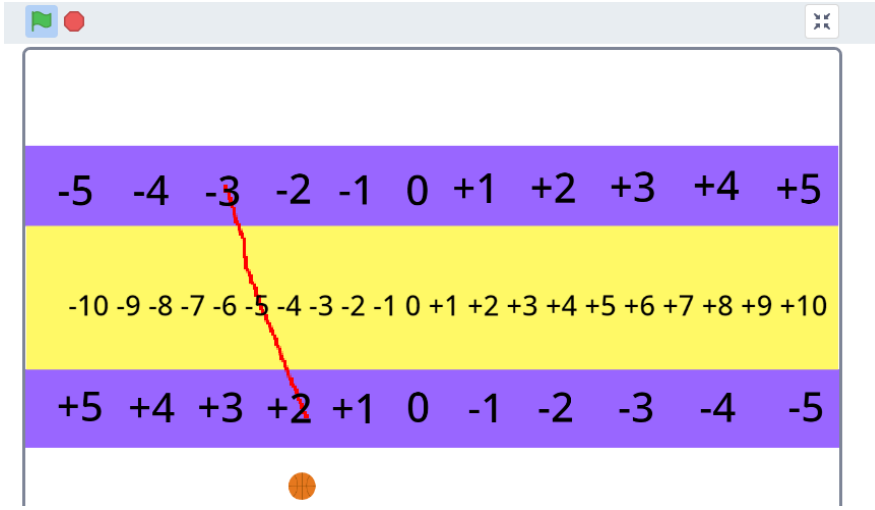
Şekil 20’de mor sayı doğrularından seçilenler toplanan sayılardır. Burada (+1) ile (-2) tam sayısı toplanmaktadır. Cevap ise kırmızı izin sarı sayı doğrusundan geçtiği tam sayı olan (-1) ortaya çıkmaktadır. Yani $(+1)+(-2)=(-1)$ işlemi gösterilmektedir.

Tam sayılarda çıkarma işlemine ilişkin hazırlanan Scratch sahnesi ve kodları Şekil 21’de verilmiştir.



Şekil 21. Çıkarma işlemi için geliştirilen yöntemin Scratch üzerindeki görüntüsü ve kodlar

Uygulamada bayrak butonuna basarak başlanmaktadır. İmleç şekil olarak basketbol topu olarak belirlenmiştir. En üstteki mor sayı doğrusundan eksilen sayı seçilir. En alttaki mor sayı doğrusundan da çıkan sayı seçilir. İmleç bastırılarak en üstteki sayı doğrusundan seçilen tam sayıdan en alttaki seçilen sayı doğrusundan seçilen tam sayıya doğru imleç ile bastırılır. Ekranda kırmızı bir iz oluşacaktır. Kırmızı izin ortadaki sayı doğrusunu kestiği tam sayı ise cevap olacaktır. Çıkarma işlemine ilişkin örnek Şekil 22’de verilmiştir.



Şekil 22. Çıkarma işlemi için örnek uygulama

Şekil 22’de en üstteki mor sayı doğrusundan eksilen sayı (-3) seçilmiştir. En alttaki mor sayı doğrusundan ise çıkan sayı (+2) seçilmiştir. İmlece bastırılarak (-3) den (+2) ye bir iz çizilmiştir. Kırmızı izin sarı sayı doğrusunda denk geldiği tam sayı cevap olacaktır. Yani burada $(-3)-(+2)=(-5)$ işlemi gösterilmiştir.

Bulgular

Seçilen 6. Sınıf öğrencileri ile geliştirilen yöntem ders içerisinde uygulanmış ve yarı yapılandırılmış görüşme formu verilerinden bulgular elde edilmiştir. Materyal matematik dersinde tamsayılarda toplama ve çıkarma işlemi yapma konusunun en başında keşfetme aşamasında kullanılmıştır. Ortada yer alan cetvelde sonucu gören öğrenci kuralı keşfetmeye yönelik fikirler üretmiştir.

Öğrenciler uygulamalar yapılırken yöntemin oldukça eğlenceli ve oyun gibi olduğunu dile getirmişlerdir. Sadece tam sayılarda toplama ve çıkarma işlemi değil bu işlemlere ait özellikleri de keşfettiklerini vurgulamışlardır. Materyalin hazırlandığı Geogebra, Scrath ve Tinkercad programlarının ilgilerini çektiği ve kendilerinin de bu tarz uygulamalar ile yeni yöntemler keşfetme fikri gündeme gelmiştir. Bu tarz uygulamalar ile daha etkili ve kalıcı öğrenmeler sağlayabileceklerini belirtmişlerdir.

Yarı yapılandırılmış görüşme formundan elde edilen bulguların bazılarının orijinal halleri aşağıda belirtilmiştir (K: kız öğrenci, E: erkek öğrenci, harflerin yanındaki sayılar ise kaçıncı öğrenci olduğunu göstermektedir).

K3: Materyalde kendi sorularımı oluşturma fırsatı da çok iyiydi. Bu sayede öğrendiklerimi pekiştirdim ve kendi çözüm yollarımı geliştirmeme yardımcı oldu.

E7: Yöntemin dijital ortamlarda sunulması oldukça etkili ve ilgi çekicidir.

K2: En alttaki sayı doğrusunun ters olması sebebiyle sayıyı, çıkanın ters işaretlisi ile toplamak aynı sonucu verir.

K10: Toplama işleminde toplananları en üst ve en alt sayı doğrusundan istediğimizden seçebiliriz. İki türlü aynı cevap çıkıyor. Tıpkı doğal sayılardaki gibi tam sayılarda da değişme özelliği vardır.

E9: Çıkarma işleminde eksilenin en üstten seçmeliyiz. Çıkarma işleminde değişme özelliği yoktur.

E2: Geliştirilen yöntemin Tinkercad programında çizilmesine gerek yoktur.

K9: Bu yöntem pullarla işlem yapma yönteminden daha etkili ve akılda daha kalıcıdır.

K11: Sonuç olarak, bu materyal benim için matematik dersini daha ilginç ve anlaşılır hale getirdi.

E5: Bu göstereyi çok uzun çizeceğim ve büyük sayılarda deneyeceğim. Soruları çözerken bu yöntemi mutlaka kullanacağım.

E1: Tam sayılarda toplama ve çıkarma işlemleri yapmak bu yöntemle çok eğlencelidir.

K1: Yöntem için en uygun dijital ortam bence Geogebra'dır. Bende bu programda yeni tasarımlar yapabilirim. Bu tür uygulamalar öğrenmeyi kolaylaştırır.

E4: Yöntemi Scratch üzerinde uygularken kırmızı çizgiyi her zaman doğru çizemeyebiliriz. Bu yüzden yöntem için Geogebra daha uygun bir programdır.

Sonuç ve Tartışma

Geliştirilen yöntemi faydalı bulduklarını ve işlem yaparken kullanmak istediklerini öğrenciler açıkça belirtmiştir. Matematik dersinde bu gibi yöntemlerin kullanılmasının öğrenciler açısından kolaylık olduğu belirtilmiştir. Geliştirilen yöntemin öğrencilerce eğlendirici ve bilgi edinmek için güzel bir araç olduğu belirtilmiştir. Geliştirilen yöntemin öğrencinin bakış açısını genişletmek anlamında fayda sağladığı görülmüştür. Yöntemin öğrencileri düşünmeye teşvik ettiği ve doğal sayılarda toplama ve çıkarma işlemlerine ait özelliklerin tam sayılarda da görüldüğü sonuçlarını çıkarmışlardır. Çıkarma işleminin değişme özelliğinin olmadığını seçilen sayıların sayı doğrularını değiştirerek açıkça gördükleri saptanmıştır. Uygulamalar esnasında tam sayılarda çıkarma işleminin sayıyı, çıkanın zıt işaretlisi ile toplamak ile aynı olduğu sonucunu öğrencilerin keşfettiği görülmüştür.

Tam sayılarda toplama ve çıkarma işleminin dijital ortamlarla desteklenerek sunulması öğrencilere bilişsel anlamda etkin bir öğrenme ortamı hazırlamıştır.

Ersoy (2003)'ün "Matematik Öğretiminde Eğitsel Araçlar" isimli çalışmasında eğitimde kullanılan araç gereçlerin yerinde ve zamanında etkili kullanımı, ortak araçların çoğu ülkede öğretme ve öğrenme sürecinde sıkça kullanıldığı ve etkilerinin farklı yönlerden incelendiği belirtilmiştir.

Öğrenciler günlük yaşamda sıkça karşılaşsalar da, negatif tam sayıların anlamını öğrenmeye 6. sınıfta başlarlar. Bu yaş grubundaki öğrenciler, somut işlemler döneminde oldukları için, negatif tam sayıları anlamalarını desteklemek amacıyla uygun somut modeller kullanılmalıdır (Erdem, Başbüyük, Gökçurt, Şahin, ve Soylu, 2015).

Öneriler

- Matematik dersinin diğer konularında da öğrencinin konuyu daha kolay kavramasını sağlayacak yöntemler geliştirilebilir.
- Geliştirilen yöntemin kullanımı ile ilgili matematik öğretmenlerine bilgi verilmelidir.
- Geliştirilen yöntemin tam sayılarda toplama ve çıkarma işlemi yapmanın ilk öğrenme aşamasında kullanılması gerekmektedir. Yöntemin daha büyük sayılarla işlem yapılabilmesi veya çoklu işlem yapma için çalışmalar yapılabilir.
- Yaygın etki olarak geliştirilen yöntem okullarda matematik derslerinde araç gereç olarak da kullanılabilir.
- Geliştirilen yöntemler farklı matematik yazılım programlarında tasarlanabilir.

Kaynaklar

Altun, M. (2015). *Ortaokullarda (5, 6, 7 ve 8. sınıflarda) matematik öğretimi* (Onuncu Baskı) Bursa: Aktüel.

Berber, M. ve Sezgin Memnun, D. (2018, Nisan). Ortaokul öğrencilerinin tam sayılar hakkında sahip oldukları metaforlar, *1. Uluslararası Eğitim ve Sosyal Bilimlerde Yeni Ufuklar Kongresi Bildiriler Kitabı*, Türkiye: İstanbul. ISBN: 978-605-2132-21-0 DOI: 10.21733/ibad.419963

Bingölbali, E. ve Özmantar, M. F. (2014). *İlköğretimde karşılaşılan matematiksel zorluklar ve çözüm önerileri* (4. Baskı) Ankara: Pegem Akademi.

Erdem, E., Başbüyük, K., Gök Kurt, B., Şahin, Ö. ve Soylu, Y. (2015). Tam Sayılar Konusunun Öğretiminde Yaşanan Zorluklar ve Çözüm Önerileri. *Erzincan Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, Cilt-Sayı: 17-1.

Ersoy, Y. (2003). Matematik Öğretiminde Eğitsel Araçlar: Genel Bir Bakış ve Bazı Düşünceler. <http://www.matder.org.tr/matematik-ogretiminde-egitsel-araclar-1/> web sitesinden 24 Kasım 2020 tarihinde alınmıştır.

Geogebra (2002, 18 Ocak). Erişim adresi: <https://www.geogebra.org/m/RypWTBSV>

Güler, A., Hacıoğlu, M.B. ve Taşgın, S. (2015). *Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma*. (2.baskı) Ankara: Seçkin Yayıncılık.

İşgüden, E. (2008), *7. ve 8. Sınıf Öğrencilerinin Tam Sayılar Konusunda Karşılaştıkları Güçlükler* (Yüksek Lisans Tezi). Osmangazi Üniversitesi ilköğretim Anabilim Dalı Matematik Öğretmenliği Bilim Dalı.

Scratch (2003, 18 Ocak). Erişim adresi [https://tr.wikipedia.org/wiki/Scratch_\(programlama_dili\)](https://tr.wikipedia.org/wiki/Scratch_(programlama_dili))

Şahal, M. (2016). *Problem kurma yaklaşımı ile işlenen tam sayılar konusunun öğrencilerin akademik başarısı ve matematik tutumlarına etkisi* (Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi). Marmara Üniversitesi.

Şengül, Ş. ve Körükcü, E. (2012). Tam sayılar konusunun görsel materyal ile öğretiminin altıncı sınıf öğrencilerinin matematik başarıları ve kalıcılık düzeylerine etkisi. *International Online Journal of Educational Sciences*, 4 (2), 489-508.

Tinkercad (2011, 15 Ocak). Erişim adresi: <https://tr.wikipedia.org/wiki/Tinkercad>

Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2008). *Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri* (6. Baskı). Ankara: Seçkin Yayıncılık.